

## Dodatek do podpunktu 1A:

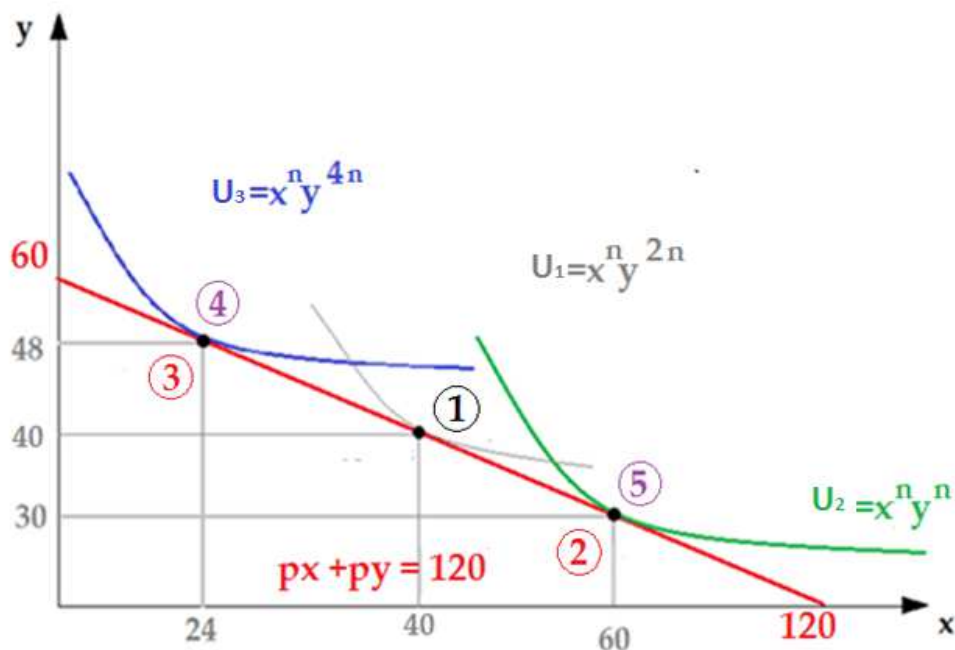
**1A.1** Załóżmy, że MRS nie zmieni się podczas gdy proporcje dóbr w alokacji początkowej zostaną zmienione.

**1A.2** Załóżmy, że alokacja początkowa nie zmieni się, z kolei MRS ulegnie zmianie.

**Pytanie:** jak powyższe założenia wpłyną na zmianę wyniku z podpunktu (1A)?

Wyniki zilustrowane są na poniższym **wykresie**:

Oznaczenia: Punkt numer 1 jest rozwiązaniem problemu optymalizacji wyboru konsumenta w sytuacji wyjściowej 1A.



AD 1A.1 (odpowiedzią są punkty 2 i 3 na wykresie)

- Punkt 2 na wykresie, czyli proporcje (2:1)

Zmiana w kodzie GAMS wygląda następująco:

```
$Demand:RA      s:1
E:PL            Q:120
D:PX            Q:2      P:(1/2)
D:PY            Q:1      P:1
```

$MRS_{xy}=1/2$  oznacza, że konsument dwa razy bardziej preferuje Y niż X. Jednak z proporcji alokacji początkowej dóbr wynika, że konsument ma dwa razy więcej X niż Y. To oznacza, że w punkcie (2,1) nachylenie krzywej obojętności wynosi 1/2, czyli  $2/1 \cdot (1/2)=1$  (inaczej mówiąc w punkcie (1,1) nachylenie wynosi 1). Ostatecznie wychodzi, że konsument będzie chciał tyle samo dobra X oraz Y, gdyby ceny obu dóbr były identyczne. Biorąc pod uwagę jednostkową elastyczność substytucji, jego funkcja użyteczności będzie mieć postać

$U(X,Y)=X^n*Y^n$ , czyli  $MRS=y/x$ . Więc wynik będzie następujący:  
 Dla tego typu preferencji optymalną decyzją będzie punkt (60,30), czyli (2,1). Y jest dwa razy mniej mimo że  $U(X,Y)=X^n*Y^n$ , ponieważ równanie ograniczenia budżetowego wynosi  $x+2y=120$ , czyli dobro Y jest 2 razy droższe. Konsument wydał taką samą część pieniędzy

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	60.000	+INF	.
---- VAR Y	.	30.000	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	.

X ACTIVITY LEVEL FOR X = DEMAND FOR GOOD X  
 Y ACTIVITY LEVEL FOR Y = DEMAND FOR GOOD Y  
 PX PRICE OF X WHICH WILL EQUAL PL  
 PY PRICE OF Y WHICH WILL EQUAL 2 PL  
 PL PRICE OF THE ARTIFICIAL FACTOR L  
 RA REPRESENTATIVE AGENT INCOME

na X oraz Y i otrzymał dwa razy więcej X. Co widać na powyższym wykresie (punkt 2)

- Punkt 3 na wykresie, czyli proporcje (1:2)

Zmiana w kodzie GAMS wygląda następująco:

```
$Demand:RA      s:1
      E:PL        Q:120
      D:PX        Q:1      P:(1/2)
      D:PY        Q:2      P:1
```

W tym przypadku  $MRS$  jest identyczny jak w powyższym podpunkcie, natomiast z proporcji preferowanej alokacji dóbr wynika, że konsument chce teraz konsumować dwa razy więcej Y (tak jak i z  $MRS$  to wynika). To oznacza, że w punkcie (1,2) nachylenie krzywej obojętności wynosi 1/2, czyli  $1/2*1/2=1/4$  (inaczej mówiąc w punkcie (1,1) nachylenie wynosi 1/4). Wobec tego jego funkcja użyteczności będzie miała postać  $U(X,Y)=X^n*Y^{4n}$ , czyli konsument będzie preferował 4 razy bardziej dobro Y względem dobra X jeśli ceny obu dóbr byłyby identyczne ( $MRS=y/4x$ ). Więc wynik będzie następujący:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	24.000	+INF	.
---- VAR Y	.	48.000	+INF	.
---- VAR PX	.	1.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	1.0591E-8

X ACTIVITY LEVEL FOR X = DEMAND FOR GOOD X  
 Y ACTIVITY LEVEL FOR Y = DEMAND FOR GOOD Y  
 PX PRICE OF X WHICH WILL EQUAL PL  
 PY PRICE OF Y WHICH WILL EQUAL 2 PL  
 PL PRICE OF THE ARTIFICIAL FACTOR L  
 RA REPRESENTATIVE AGENT INCOME

Dla takich preferencji optymalną decyzją jest punkt (24,48), czyli (1,2). Konsument

teoretycznie preferuje 4-krotnie bardziej Y względem X, jednakże (podobnie jak w poprzednim przykładzie) Y jest dwa razy droższym dobrem, czyli wydając 4 razy większą kwotę otrzyma 2 razy więcej dobra Y.

**Ad. 1A.2** (odpowiedzią są punkty 4 i 5 na wykresie)

- **Punkt 4 na wykresie, czyli spadek MRS do 1/4**

Zmiana w kodzie GAMS:

```
$Demand:RA      s:1
      E:PL      Q:120
      D:PX      Q:1      P:(1/4)
      D:PY      Q:1      P:1
```

MRS zostało zmienione, dlatego też konsument będzie chciał wymienić 1 dobro Y na 4 dobra X, czyli w punkcie (1,1) nachylenie krzywej obojętności wynosi 1/4 i to oznacza  $1/1 \cdot 1/4 = 1/4$ . Funkcja użyteczności będzie wyglądała tak samo jak w punkcie (3) na wykresie, czyli  $MRS = y/4x$  oznacza że konsument będzie preferował 4 razy bardziej Y względem X.

Optymalny punkt (24,48) tym razem nie odpowiada preferowanej proporcji (1,1). Przy początkowej relacji cen 1/4 konsument wolałby alokację (1,1). Jednak nowa (wynik) relacja cen wynosi 1/2, czyli tyle samo co w punkcie 3 na wykresie. Punkt 3 i 4 jest tym samym punktem, ponieważ iloczyn MRS i jednostkowej alokacji dóbr w punkcie 3 ( $1/2 \cdot 1/2 = 1/4$ ) jak i w punkcie 4 ( $1 \cdot 1/4 = 1/4$ ) daje te same preferencje konsumenta. Wobec tego, przy tej samej relacji cen konsument w obu przypadkach będzie wybierał tę samą alokację dóbr.

- **Punkt 5 na wykresie, czyli wzrost MRS do 1**

Zmiana w kodzie GAMS:

```
$Demand:RA      s:1
      E:PL      Q:120
      D:PX      Q:1      P:1
      D:PY      Q:1      P:1
```

$MRS=1$ , dlatego też konsument mógłby wymienić 1 X na 1 Y. Wobec tego jego funkcja użyteczności i alokacja optymalna będą takie same jak w punkcie 2 na wykresie. Dzieje się dlatego, że w obu punktach iloczyn MRS i jednostkowej alokacji dóbr wynosi 1 (czyli konsument będzie preferował tak samo dobro X oraz Y, jeśli ceny obu dóbr będą identyczne). Jednak PY jest dwukrotnie wyższe od PX i to oznacza że konsument będzie dwukrotnie mniej kupować Y niż X przy takich preferencjach.

**Podsumowanie:** Alokacja optymalna konsumenta jest uzależniona nie tylko od MRS, ale i od alokacji początkowej dóbr.

**Spostrzeżenie:** Program GAMS liczy proporcjami, dlatego też nieważne czy do funkcji konsumenta wprowadzimy punkty (100,100) czy też (2,2). Oba przypadki program zinterpretuje tak samo.

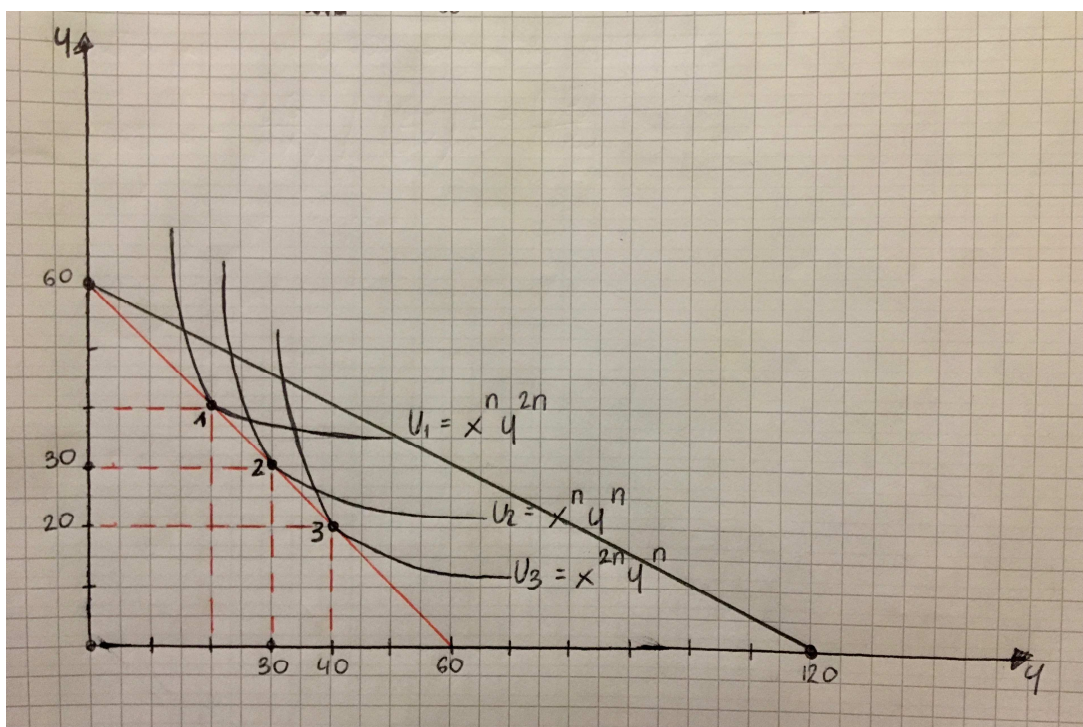
## Dodatek do podpunktu 1B:

1B.1. Załóżmy, że nastąpi zmiana technologii i preferencji. Nasze ograniczenie budżetowe zmieni się z  $X+2Y=120$  na  $2X+2Y=120$  (czyli wzrośnie koszt produkcji dobra X), oraz MRS ulegnie zmianie.

**Pytanie:** jak powyższe założenia wpłyną na zmianę wyniku z podpunktu (1B)?

Wyniki zilustrowane są na poniższym **wykresie**:

Oznaczenia: Punkt numer 1 jest rozwiązaniem problemu optymalizacji wyboru konsumenta w sytuacji wyjściowej 1B.



AD 1B.1 (odpowiedzią są punkty 2 i 3 na wykresie)

- Punkt 1 na wykresie, czyli  $MRS=1/2$ , oznacza wyjściowy podpunkt 1B

Zmiana w kodzie GAMS:

\$PROD:X

O:PX Q:1  
I:PL Q:2

\$PROD:Y

O:PY Q:1  
I:PL Q:2

\$Demand:RA

s:1  
E:PL Q:120  
D:PX Q:1 P:(1/2)  
D:PY Q:1 P:1

MRS<sub>xy</sub> wynosi 1/2, czyli konsument mógłby wymienić 2 dobra X za 1 dobro Y. To oznacza, że w punkcie (1,1) nachylenie krzywej obojętności wynosi 1/2, czyli 1/1\*(1/2)=1/2. Wobec tego dwa razy bardziej preferuje dobro Y, czyli jego funkcja użyteczności ma postać  $U(X,Y)=X^n*Y^{2n}$ . Wynik alokacji optymalnej będzie następujący:

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	20.000	+INF	.
---- VAR Y	.	40.000	+INF	.
---- VAR PX	.	2.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	2.7940E-8

X ACTIVITY LEVEL FOR X = DEMAND FOR GOOD X  
 Y ACTIVITY LEVEL FOR Y = DEMAND FOR GOOD Y  
 PX PRICE OF X WHICH WILL EQUAL PL  
 PY PRICE OF Y WHICH WILL EQUAL 2 PL  
 PL PRICE OF THE ARTIFICIAL FACTOR L  
 RA REPRESENTATIVE AGENT INCOME

W tym przypadku koszt produkcji dobra X i Y jest taki sam (cena wynosi 2), dlatego też konsument będzie miał dwa razy więcej dobra Y zgodnie z jego funkcją użyteczności, czyli punkt(20,40).

- Punkt 2 na wykresie, czyli MRS wzrasta do 1

Zmiana w kodzie GAMS:

```
$PROD:X
  O:PX   Q:1
  I:PL   Q:2
$PROD:Y
  O:PY   Q:1
  I:PL   Q:2
$Demand:RA
  s:1
  E:PL   Q:120
  D:PX   Q:1   P:1
  D:PY   Q:1   P:1
```

MRS<sub>xy</sub> wynosi 1, czyli konsument mógłby wymienić 1 dobro X za 1 dobro Y co oznacza, że preferuje tak samo dobro X jak Y. Jego funkcja użyteczności ma postać  $U(X,Y)=X^n*Y^n$ ,

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
---- VAR X	.	30.000	+INF	.
---- VAR Y	.	30.000	+INF	.
---- VAR PX	.	2.000	+INF	.
---- VAR PY	.	2.000	+INF	.
---- VAR PL	.	1.000	+INF	.
---- VAR RA	.	120.000	+INF	2.7940E-8

X ACTIVITY LEVEL FOR X = DEMAND FOR GOOD X  
 Y ACTIVITY LEVEL FOR Y = DEMAND FOR GOOD Y  
 PX PRICE OF X WHICH WILL EQUAL PL  
 PY PRICE OF Y WHICH WILL EQUAL 2 PL  
 PL PRICE OF THE ARTIFICIAL FACTOR L  
 RA REPRESENTATIVE AGENT INCOME

czyli tak samo jak w 1A.1 punkt (2). Wynik alokacji optymalnej będzie następujący: Podobnie jak w poprzednim podpunkcie, koszt produkcji obu dóbr jest taki sam i konsument chce oba dobra tak samo. Więc najbardziej preferowany koszyk dopuszczalny to (30,30).

- Punkt 3 na wykresie (MRS wzrasta do 2)

Zmiana w kodzie GAMS:

```
$Prod:X
      O:PX   Q:1
      I:PL   Q:2
$PROD:Y
      O:PY   Q:1
      I:PL   Q:2

$Demand:RA   s:1
      E:PL   Q:120
      D:PX   Q:1   P:2
      D:PY   Q:1   P:1
```

MRS<sub>xy</sub> wynosi 2, czyli konsument mógłby wymienić 1 dobro X za 2 dobra Y. To oznacza, że konsument dwa razy bardziej preferuje dobro X, czyli jego funkcja użyteczności ma postać  $U(X,Y)=X^{2n} \cdot Y^n$ . Wynik będzie następujący:

```
DUMMY01 Artificial equation for model: DEMAND

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

---- VAR X          .          40.000      +INF          .
---- VAR Y          .          20.000      +INF          .
---- VAR PX         .           2.000      +INF          .
---- VAR PY         .           2.000      +INF          .
---- VAR PL         .           1.000      +INF          .
---- VAR RA         .          120.000      +INF  2.7940E-8

X ACTIVITY LEVEL FOR X = DEMAND FOR GOOD X
Y ACTIVITY LEVEL FOR Y = DEMAND FOR GOOD Y
PX PRICE OF X WHICH WILL EQUAL PL
PY PRICE OF Y WHICH WILL EQUAL 2 PL
PL PRICE OF THE ARTIFICIAL FACTOR L
RA REPRESENTATIVE AGENT INCOME
```

Koszt produkcji obu dóbr wynosi tyle samo, a dobro X jest dwa razy bardziej preferowane zgodnie z funkcją użyteczności  $\Rightarrow$  konsument wyda na X dwa razy więcej niż na Y, czyli alokacja optymalna wynosi (40,20).

**Podsumowanie:** Alokacja optymalna zależy nie tylko od preferencji konsumenta i jego alokacji początkowej, ale również od technologii produkcji, gdyż mają wtedy wpływ na ceny dóbr.



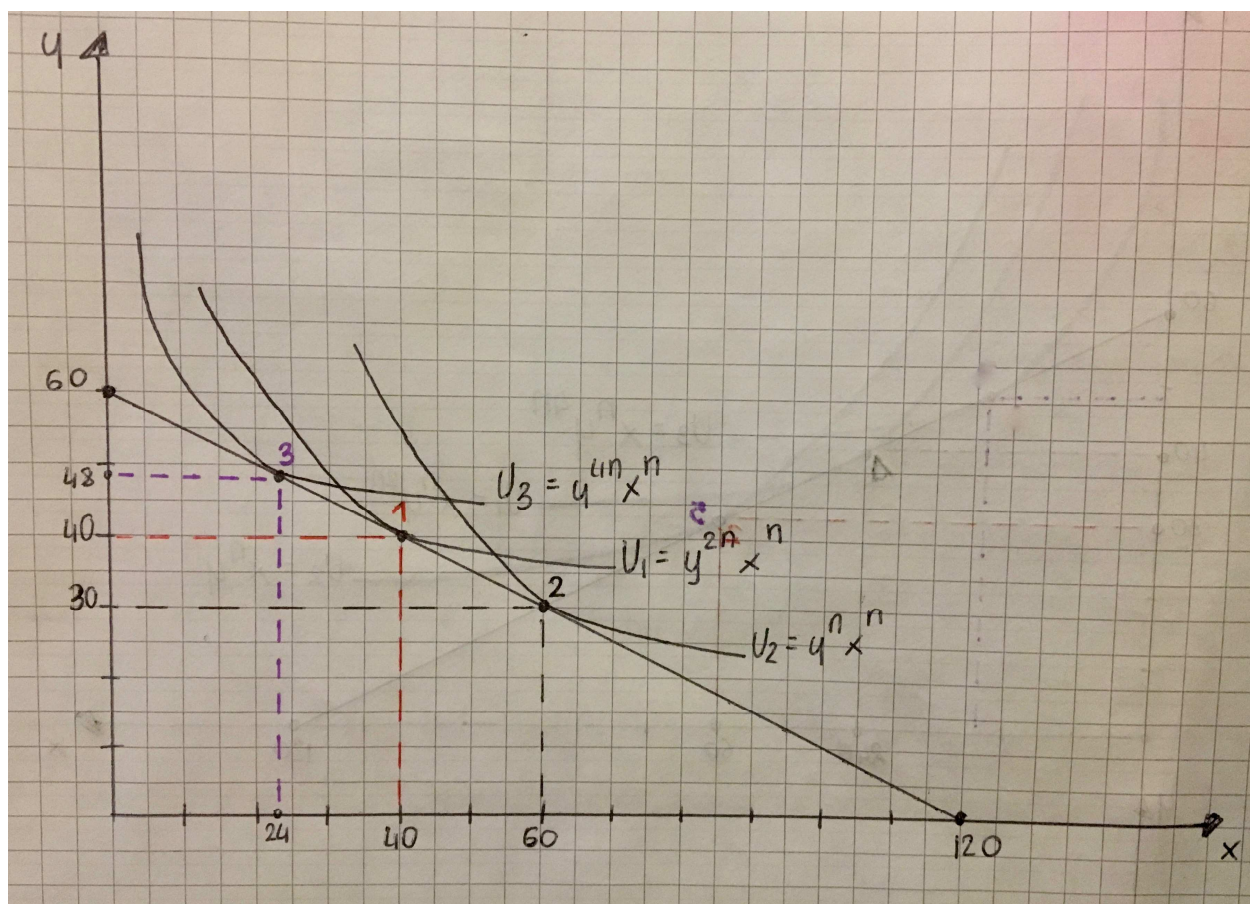
## Dodatek do podpunktu 1C:

1C.1. Y jako *numeraire* przy zmianach alokacji początkowej jak w 1A.1 i 1A.2 oraz  $MRS=1/2=const$

**Pytanie:** jak powyższe założenia wpłyną na zmianę wyniku z podpunktu (1C)?

Wyniki zilustrowane są na poniższym **wykresie**:

Oznaczenia: Punkt numer 1 jest rozwiązaniem problemu optymalizacji wyboru konsumenta w sytuacji wyjściowej 1C.



**AD 1C.1** (odpowiedzią są punkty 2 i 3 na wykresie)

- **Punkt 1 na wykresie, czyli alokacja początkowa (1,1)**  
Wynik (40,40), czyli taki sam dla 1A i 1C
- **Punkt 2 na wykresie, czyli alokacja początkowa (2,1)**  
Wynik (60,30), czyli taki sam jak w 1A.1 punkt 2 i 1A.2 punkt 5
- **Punkt 3 na wykresie, czyli alokacja początkowa (1,2)**  
Wynik (24,48), czyli taki sam jak w 1A.1 punkt 3 i 1A.2 punkt 4

**Podsumowanie:** Zmiana *numeraire* nie ma wpływu na alokacje optymalną. Wszystkie punkty mają takie same rozwiązania jak w dodatku do podpunktu 1A.1 i 1A.2